

УДК 519.237.5

Системный подход к анализу ценообразования меди
A systematic approach to the analysis of the pricing of copper

Тиндова Мария Геннадьевна

к.э.н., доцент кафедры прикладной математики и системного анализа

Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

Tindova Maria Gennadjevna

Ph. D., associate Professor of applied mathematics and system analysis

Saratov State Technical University them Gagarin Yu. A.

Аннотация. В работе проведен анализ динамики стоимости меди на Лондонской товарной бирже за период с января 1990 по май 2018 года. На первом шаге исследования проверяется гипотеза о наличии структурных изменений в ценообразовании меди, что позволяет строить только кусочно-гладкую оценочную функцию, для построения которой сравниваются несколько регрессий; проводится анализ остатков модели на случайность, независимость и нормальность распределения; анализ автокорреляционной функции показал отсутствие циклических компонент в процессе ценообразования меди. Ошибка аппроксимации полученной функции 12,7%. На следующем шаге проводится анализ исходных данных на соответствие закону Парето, что позволяет использовать фрактальное моделирование; проводится R/S-анализ временного ряда по месяцам, показавший, что средняя длина цикла, определяющего стоимость меди, соответствует 15 месяцам; для поквартального ряда – 5 кварталам. В результате построен прогноз стоимости меди на 3 периода, ошибки аппроксимации которого попали в диапазон от 1,7 до 2,5%.

Ключевые слова: ценообразование меди; анализ временных рядов; фрактальный анализ

Abstract. In this paper, the author analyzed the dynamics of the cost of copper on the London commodity exchange for the period from January 1990 to may 2018. In the first step of the study, the author tests the hypothesis of structural changes in copper pricing, which allows him to build only a piecewise smooth evaluation function, for which the author compared several regressions. The author also conducted an analysis of the residues of the model of randomness, independence and normality of the distribution and analysis of the autocorrelation function, which showed the absence of a cyclical component in the pricing process of copper. The approximation error of the obtained function was 12.7%. In the next step, the author analyzes the initial data for compliance with Pareto law, which allows the use of fractal modeling; conducts R / S-analysis of the time series by month, which showed that the average length of the cycle, which determines the cost of copper, corresponds to 15 months; for the quarterly series, the average length of the cycle is 5 quarters. As a result, the author made a forecast of the cost of copper for 3 periods, the approximation errors of which fell within the range from 1.7 to 2.5%.

Keywords: copper pricing; time series analysis; fractal analysis

Введение. Потребление и производство меди на мировом рынке с каждым годом только растет. Первое место по производству меди начиная с 50-х годов 20 века занимает Чили, производство которого в 2015 составило 5,76 млн.тонн, что

составляет около 30% рынка. Россия занимает 7 место на мировом рынке, её добыча и производство в 2015 году составило 0,74 млн.тонн. Спецификой производства меди является концентрация производств около добывающих рудников и в России это Красноярский край (33,3%), Свердловская и Челябинская области (30,6 и 17,6% соответственно). Большую часть российской меди производит компания «Норильский никель» (около 42%).

Основными потребителями меди традиционно являются промышленно развитые страны (использование в электротехнике), лидером среди которых является Китай. Здесь потребление растет на 4,2% в год, когда общемировое потребление увеличивается лишь на 3%. Основными же потребителями российской меди являются Нидерланды (34%), Греция (14,7%) и Кувейт (14,4%) [1].

В результате, целью исследования является анализ ценообразования меди на глобальном уровне, а также построение моделей для прогноза стоимости меди. В качестве объекта исследования рассмотрим временной ряд ежедневной стоимости меди на Лондонской товарно-сырьевой бирже за период с 1.01.1990 по 16.05.2018 (рис. 1) [2].

Проводя корреляционный анализ связи стоимости меди с основными макроэкономическими показателями, в частности с курсом доллара и стоимостью нефти марки Brent, можно отметить, что стоимость меди падает с ростом доллара ($r_{\text{медь},\$} = -0,736$) и растет с ростом нефти ($r_{\text{медь},\text{Brent}} = 0,759$). Данный факт свидетельствует о сильной вовлеченности меди в глобальный рынок и о возможности ее использования в качестве критерия оценки этого рынка. Что приводит к необходимости построения адекватных моделей ценообразования меди.

Анализ рис. 1 показывает, что с 2004 по 2013 стоимость меди характеризуется завышенными ценами, что объясняется значительным превышением спроса над

предложением, поскольку именно в этот период произошёл резкий скачок в развитии китайской, да и в целом азиатской экономик. Кроме того в данный период происходит повышение производственных издержек (связанных с изменением способа добычи) и снижение качества руд (связанное с истощением традиционных мест добычи). Начиная же с 2014 года, происходит снижение стоимости меди на мировом рынке. Эксперты это объясняют снижением экономик Китая, США и ЕС – главных потребителей меди [1].

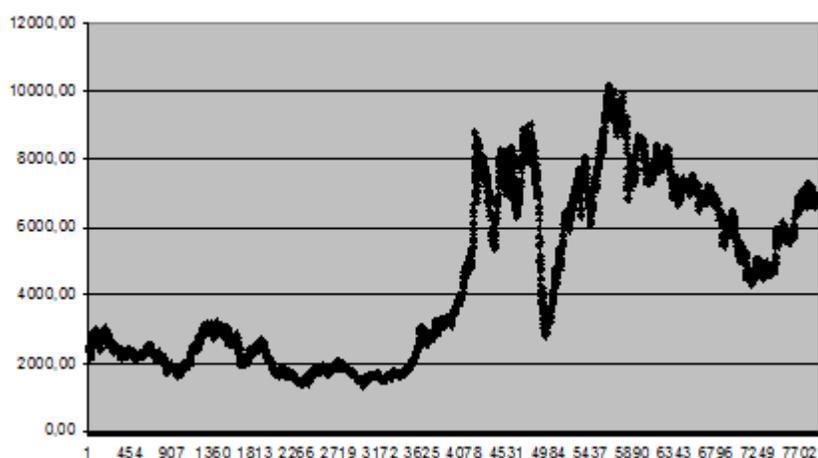


Рисунок 1. Ежедневный курс стоимости меди с 1.01.1990 по 16.05.2018

1. Компонентный анализ временного ряда. Проверим гипотезу H_0 о наличии структурных изменений в ценообразовании меди. Исходя из рис. 1, можно предположить, что изменения произошли во II квартале 2004 года ($t=58$) и в IV квартале 2008 года ($t=76$). Поэтому вводим две фиктивных переменных

наклона $z_1 = \begin{cases} 1, & 58 \leq t \leq 75 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$ и $z_2 = \begin{cases} 1, & t \geq 76 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$, которые в модель вводятся

мультипликативно, и строим регрессию:

$y = 2635,7 - 18,14 \cdot t + 66,01 \cdot z_1 \cdot t + 59,36 \cdot z_2 \cdot t + \varepsilon$. Здесь коэффициент

детерминации равен $R^2=0,757$ и все параметры значимы по критериям Фишера и Стьюдента. Значимость коэффициентов b_2 и b_3 говорит о том, что гипотеза H_0

принимается, и действительно, в процессе формирования стоимости меди имелись структурные изменения.

Данный факт позволяет в качестве уравнения тренда рассматривать кусочно-гладкую функцию. Для построения уравнения каждой части сравним линейную, квадратичную и показательные функции. В результате на промежутке с I квартала 1990 года по I квартал 2004 года лучшим уравнением стала показательная регрессия: $y_{ч1} = 2565,3 \cdot e^{-0,008 \cdot t}$, где $R^2=0,667$ и все параметры значимы по критериям Стьюдента и Фишера [3]. Для интервала со II квартала 2004 г. по III квартал 2008 года – также показательная функция: $y_{ч2} = 41,56 \cdot e^{0,073 \cdot t}$, где $R^2=0,854$ и параметры значимы. Для интервала с IV квартала 2008 г. по II квартал 2018 г. – квадратичная функция: $y_{ч3} = -41276 + 1049,6 \cdot t - 5,65 \cdot t^2$, где $R^2=0,427$ и параметры значимы. Таким образом, общее уравнение тренда в процессе

ценообразования меди имеет вид:
$$y = \begin{cases} 2565,3 \cdot e^{-0,008 \cdot t}, & 0 \leq t \leq 57 \\ 41,56 \cdot e^{0,073 \cdot t}, & 58 \leq t \leq 75 \\ -41276 + 1049,6 \cdot t - 5,65 \cdot t^2, & t \geq 76 \end{cases}$$

Анализ автокорреляционной функции говорит об отсутствии сезонности в процессе ценообразования меди ($f(\tau=1)=0,96$; $f(\tau=2)=0,92$; $f(\tau=3)=0,88$; $f(\tau=4)=0,86$; $f(\tau=5)=0,83$). Ошибка аппроксимации здесь составляет $A=12,7\%$.

2. Закон распределения Парето. Проведенный выше анализ показал, что для моделирования процесса ценообразования меди не требуется использование всех данных, а только максимум за 10 лет. Таким образом, для дальнейшего анализа будем использовать в качестве объекта исследования стоимость меди на Лондонской бирже с декабря 2010 по май 2018 года, т.е. всего рассматривается 90 значения (рис. 2А). На первом шаге необходимо показать, что закон распределения исследуемого процесса отличен от нормального и является законом Парето. Для этого необходимо исследовать основные характеристики закона

распределения стоимости меди, а именно среднее значение, стандартное отклонение, асимметрию и эксцесс [4]. Полученные результаты представлены в таблице 1, из которой видно, что на всех рассматриваемых интервалах времени, распределение значительно отличается от нормального, о чём свидетельствуют преимущественно незначительные отрицательные асимметрии и большие плотности в окрестности среднего значения, а также в области хвостов.

Таблица 1

Основные характеристики частного распределения динамики стоимости меди

Период времени	Среднее значение	Стандартное отклонение	Асимметрия	Эксцесс
2011 год	8847,6	256,8	-0,638	-1,17
2012 год	7969,1	103,4	-0,188	-0,96
2013 год	7363,9	114,3	1,242	0,52
2014 год	6847	77,8	0,056	0,02
2015 год	5509	153,1	-0,277	-0,86
2016 год	4853,7	104,9	1,549	1,89
2017 год	6199,7	144,2	0,357	-1,87
янв.-май 2018 года	6900,3	64,7	0,933	-1,42
Весь период	6830,7	144,13	0,185	-0,49

Таким образом, можно говорить о необходимости в применении теории хаотических систем, в частности, фрактального моделирования.

2. R/S-анализ временного ряда по месяцам. Переходя к построению фрактальной модели и проведению R/S-анализа, необходимо провести преобразование исходного ряда, а именно перейти к детерминированным приращениям цен $\Delta y_i = \ln\left(\frac{y_{i+1}}{y_i}\right)$, которые можно рассматривать как прибыль от

вложения в медь. Далее необходимо провести нормирование и центрирование значений Δy_i : $\Delta Y_i = \frac{\Delta y_i - \bar{\Delta}}{\sqrt{D}}$, где $\bar{\Delta}$ - среднее значение для Δy_i , D – дисперсия для

Δy_i . В нашем случае среднее значение составило $\bar{\Delta} = -0,0034$, $D = 0,002$, а полученные значения представлены на рис. 2Б.

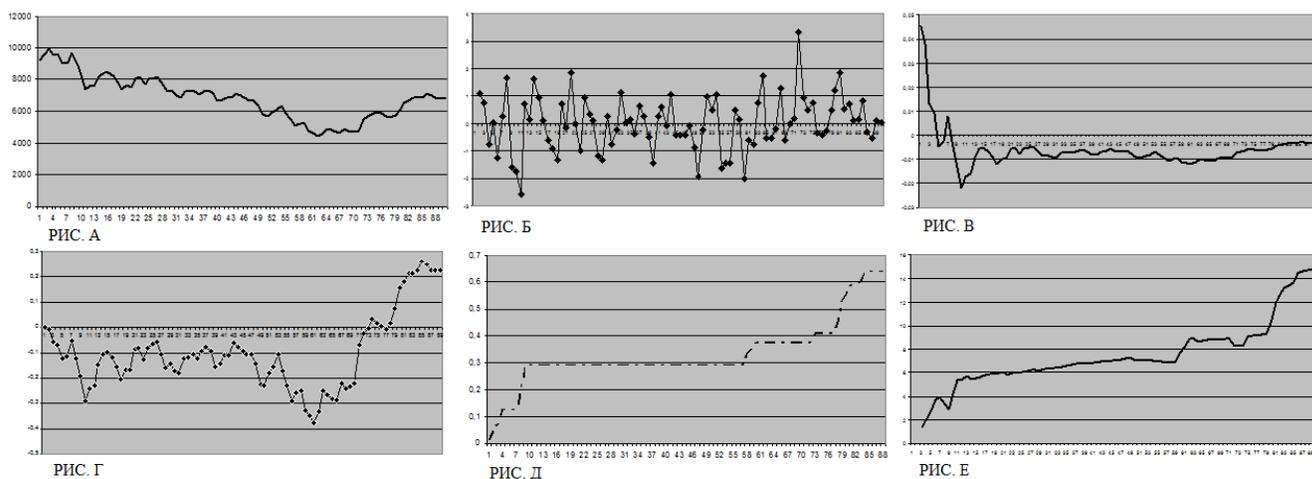


Рисунок 2. Диаграмма временных рядов:

- А) исходные данные y_i ;
- Б) ряд нормированных и центрированных приращений исходного ряда ΔY_i ;
- В) накопленные средние для ΔY_i за n периодов;
- Г) накопленные отклонения для ΔY_i ;
- Д) размах накопленного отклонения за n периодов;
- Е) нормированный размах накопленного отклонения за n периодов

Для проведения непосредственно R/S-анализа необходимо определить

средние накопленные значения: $M_t = \frac{1}{t+1} \sum_{u=0}^t \Delta Y_u$, при $t=0, 1, \dots, n-2$ (рис. 2В), а

также накопленное отклонение: $X_t = \sum_{u=0}^t (\Delta Y_u - M_u)$ (рис. 2Г). Далее

определяется размах накопленного отклонения: $R_t = \max(M_t) - \min(M_t)$,

который в нашем случае можно интерпретировать как накопленное отклонение от среднего уровня прибыли от вложения в медь. Полученные значения представлены на рис. 2Д. На следующем шаге находим стандартное отклонение:

$S_t = \sqrt{\frac{\sum_{u=0}^t (\Delta Y_u - M_u)^2}{t+1}}$ и определяем нормированный размах накопленного

отклонения за n периодов: $R/S_t = \frac{R_t}{S_t}$ (рис. 2Е), который в нашем случае

показывает накопленную прибыль от вложения в медь.

Полученную функцию необходимо сравнить с функцией Херста $R/S = aN^H$ [5], показывающей отклонения исследуемого процесса от случайного блуждания, ($H=0,5$). Когда H отличается от $0,5$, то это значит, что наблюдения не являются независимыми. Каждое наблюдение несет память о всех предшествующих событиях, такая зависимость является долговременной и теоретически она сохраняется навсегда, в отличие от кратковременной или «марковской» памяти.

Влияние настоящего на будущее может быть выражено корреляционным соотношением: $C = 2^{2H-1} - 1$, где C – мера корреляции, H – показатель Херста.

Если $H=0,5$, то ряд случайный и события некоррелированы, $C=0$ и настоящее не влияет на будущее. Если $0 < H < 0,5$, то такой ряд называется эргодическим, т.е. если система показывала рост в предыдущий период, то в следующем, скорее всего, будет спад. Устойчивость такого поведения зависит от того насколько H близко к 0 : чем ближе H к 0 , тем ближе C к $(-0,5)$, т.е. отрицательной корреляции. Если $0,5 < H < 1$, то ряд трендоустойчивый или персистентный, т.е. ряд сохраняет тенденцию в будущем. Чем ближе H к 1 , т.е. C к 1 , тем сильнее выражен тренд ряда [6].

Анализ рис. 2Е позволяет предположить, что длиной среднего цикла является 15 месяцев. Строя регрессии внутри среднего цикла $H=0,77 \pm 0,068$ и по всей выборке $H=0,46 \pm 0,07$ получаем, что второй случай соответствует случайному блужданию (табл. 2), т.е. наблюдения становятся независимыми и эффект памяти рассеивается. Таким образом, средняя длина цикла, определяющего стоимость меди, соответствует 15 месяцам.

Описание регрессии по двум интервалам

Описание регрессии	Регрессия по t=15 месяцев	Регрессия по t=90 месяца
Константа	-0,1424	0,1215
Коэффициент при lg(t) (H)	0,7701	0,4627
R ²	0,8813	0,8399
Стандартная ошибка	0,0673	0,07

На рис. 3А представлены полученные результаты, которые показывают, что процесс с долговременной памятью наблюдается в продолжение 15 месяцев. После этого точки графика начинают следовать случайным блужданием при H=0,5 (график резко отклоняется от первоначальной траектории, соответствующей H=0,77).

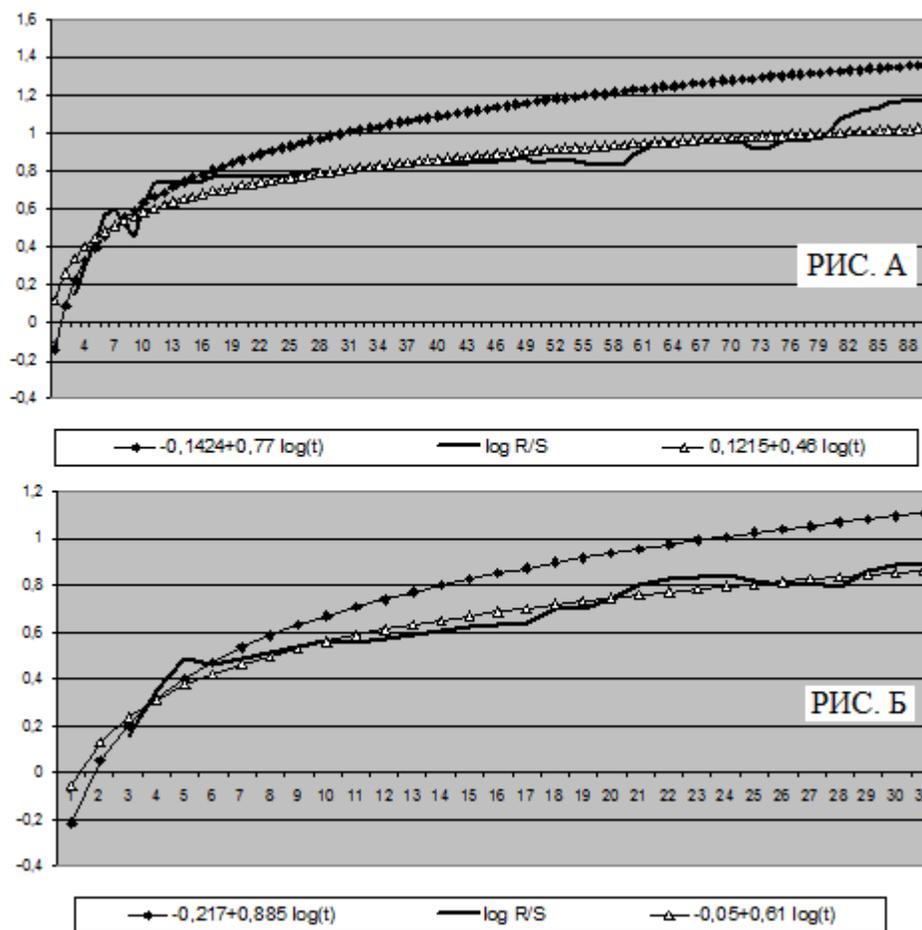


Рисунок 3. R/S-анализ: А) месячных прибылей от вложения в медь;
 Б) квартальных прибылей от вложения в медь

3. R/S-анализ временного ряда по кварталам. Проводя аналогичные рассуждения по квартальным данным стоимости меди с IV квартала 2010 по II 2018 года, получаем, что процесс с долговременной памятью наблюдается примерно в продолжение 5 кварталов, т.е. 15 месяцев (рис. 3Б). Из таблицы 3 видно, что внутри среднего цикла $H=0,885\pm 0,068$, по всей выборке оценка $H=0,615\pm 0,04$, что немного выше оценки соответствующей случайному блужданию, но убывание показателя Херста с увеличением длины рассматриваемого интервала говорит о том, что наблюдения становятся независимыми, и эффект памяти рассеивается.

Таблица 3

Описание регрессии по двум интервалам

Описание регрессии	Регрессия по $t=5$ кварталов	Регрессия по $t=31$ кварталам
Константа	-0,2175	-0,0578
Коэффициент при $\lg(t)$ (H)	0,8853	0,615
R^2	0,8232	0,736
Стандартная ошибка	0,068	0,04

В результате получаем, что модель оценки стоимости меди должна строиться на основе данных за последние 15 месяцев или 5 кварталов, когда сохраняется долгосрочное влияние рынка.

Используя квадратичный тренд, получаем прогноз стоимости меди [7]:

- по месяцам: $y(\text{авг.18})=y(t=93)=6612,9$ руб.; $y(\text{сен.18})=y(t=94)=6488,2$ руб.;
 $y(\text{окт.18})=y(t=95)=6342,1$ руб.; ошибка аппроксимации 2,5%;

- по кварталам: $y(\text{III кв 18})=y(t=32)=6332,2$ руб.; $y(\text{IV кв 18})=y(t=33)=5566,6$ руб.;
ошибка аппроксимации здесь составляет $A=1,7\%$, тогда как в модели, построенной по всем значениям $A=12,7\%$.

Заключение. В качестве заключения следует отметить, что проведённый анализ показал, что средняя длина цикла стоимости меди составляет 15 месяцев,

т.е. в течение данного срока система имеет связь с начальными данными – присутствует долгосрочная память. Примечательно, что одинаковая длина цикла была установлена при анализе на двух различных диапазонах приращения, и показатель Херста оказался примерно одинаковым в обоих случаях. Это свидетельствует об однородности длины цикла. Потеря памяти системой происходит в среднем каждые 15 месяцев. Следовательно, дело не в том, какое количество наблюдений имеется, а в том, сколько периодов охватывают эти данные, поскольку фрактальное распределение аддитивно и каждый временной интервал имеет достаточное количество заключенных в течение него данных.

Библиографический список

1. Производство меди в России: внедрение новых технологий, разработка новых месторождений – гарантия сохранения лидерских позиций в мире (режим доступа: <http://moneymarketfactory.ru>)
2. Лондонская биржа цветных металлов (режим доступа: <http://metallischekiy-portal.ru>)
3. Тиндова М.Г., Кузнецова О.С. Эконометрика. Саратов. 2015.
4. Mandelbrot B., The Fractal Geometry of Nature. New York: W. H. Freeman, 1982.
5. Mandelbrot B. Scaling in financial prices. Quantitative Finance, Volume 1, 2001.
6. Федер Е., Фракталы. М.: Мир, 1991.
7. Тиндова М.Г. Экономико-математическое моделирование / Саратов. 2013.