

Никоноров В.М. Динамика численности населения РФ

The dynamics of the population of the Russian Federation

Никоноров В.М.

К.э.н., доцент ВШУБ

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

***Аннотация.** Автор рассмотрел существующие модели прогнозирования численности населения. На базе модели Мальтуса построил математическую модель численности населения РФ. Провел верификацию полученной модели. Указал дальнейшие направления исследования.*

***Abstract.** The author reviewed the existing population forecasting models. On the basis of the model Malthus built a mathematical model of the population of the Russian Federation. Verified the resulting model. Indicated further directions of the study.*

***Ключевые слова:** Математическая модель, дифференциальное уравнение, популяция, биотический потенциал, емкость среды.*

***Keywords:** Mathematical model, differential equation, determinant, special point, matrix.*

Актуальность. Люди – важнейший ресурс любого государства. Соответственно, для реализации масштабных проектов, стоящих перед страной, предварительно следует оценить располагаемые ресурсы и сделать прогноз численности населения. Один из подходов к решению этой задачи – составление экономико-математической модели (далее – ЭММ) численности населения.

Объект исследования – население Российской Федерации (далее – РФ).

Предмет исследования – динамика численности населения РФ.

Цель исследования – составить математическую модель динамики численности населения РФ.

Методы исследования: экономико-математическое моделирование, регрессионный анализ.

Кратко перечислим существующие подходы к оценке численности населения страны.

Исторически первая модель численности населения страны – модель Мальтуса. Она описывается дифференциальным уравнением (1). [1]

$$\frac{dN}{dt} = rN \quad (1)$$

где N – численность популяции;

r – биотический потенциал (способность популяции к размножению, развитию, выживанию при благоприятных условиях; ничто не сдерживает численность населения) или удельная скорость роста численности популяции.

Соответственно, решение (1) означает рост популяции по экспоненте (2)

$$N = N_0 e^{rt} \quad (2)$$

Впоследствии Ферхюльст уточнил модель Мальтуса (1), добавив ограничение по емкости среды K (3). [2]

$$\frac{dN}{dt} = rN - \frac{r}{K} N^2 \quad (3)$$

где m – число встреч членов популяции, при которых они конкурируют за ресурсы;

K – емкость экологической ниши (число рождений равно числу смертей, популяция может только восстанавливать свою численность). (3) имеет название «уравнение логистического роста».

Решение (3) выглядит:

$$\frac{N}{|K - N|} = C_1 e^{rt} \quad (4)$$

где $C_1 = \text{constant}$.

В 1960г. Ферстер предложил модель численности населения Земли в целом (5). [3]

$$N(t) = \frac{C_2}{t_0 - t} \quad (5)$$

C_2 – константа (200 млрд. человек);

t_0 – момент времени, после которого население Земли стало бы расти вплоть до бесконечности (2026 год).

(5) называется «закон гиперболического роста населения Земли».

С.П. Капица уточнил модель Ферстера. [4]

$$N(t) = \frac{C_3}{\tau} \operatorname{arccotg}\left(\frac{t_0 - t}{\tau}\right) \quad (6)$$

где $C_3 = 172$ млрд. чел.;

$t_0 = 2000$ -ый год;

τ – отражает период репродуктивной способности, равно 45 лет.

Модель Лотки-Вольтерра [5] не рассматриваем, так как в силу присущего автору идеализма считаем, что время, когда человек мог быть хищником и жертвой – прошло. Также вне рассмотрения оказались такие модели как модель Гомпертца [6] и модель Холлинга-Тэннера [7].

Модель Ферстера и модель Капицы описывает численность населения Земли. Нас интересует в первую очередь население Российской Федерации. По законам диалектики предпримем попытку описания численности населения РФ, отталкиваясь от самой простой модели – модели Мальтуса (2). Для оценки N_0 и r применим существующую статистику (табл.1). [8]

Таблица 1

Динамика численности населения РФ за 2000-2017г.г.

t	Год	Численность населения N, млн. чел.	lnN
0	2000	146,3	4,986
1	2001	145,6	4,981
2	2002	145,0	4,977
3	2003	144,2	4,971
4	2004	143,5	4,966
5	2005	143,2	4,964
6	2006	142,8	4,961
7	2007	142,8	4,961
8	2008	142,7	4,961
9	2009	142,8	4,961
10	2010	142,9	4,962
11	2011	143,0	4,963
12	2012	143,3	4,965
13	2013	143,7	4,968
14	2014	146,3	4,986
15	2015	146,5	4,987
16	2016	146,8	4,989
17	2017	146,9	4,990

Обработаем с помощью регрессионного анализа приведенные данные для поиска требуемых коэффициентов. При этом применение регрессионного анализа становится очевидным после логарифмирования (2)

$$\ln N = \ln N_0 + rt \quad (7)$$

После подстановки полученных коэффициентов получим

$$\ln N = 4,9677 + 0,0005t \quad (8)$$

(8) – математическая модель динамики численности населения РФ, полученная по достоверным статистическим данным за 2000-2017г.г.

Верификация модели по указанным данным приводит к результату (табл.2).

Таблица 2

Верификация модели динамики численности населения РФ

t	ln(Nфакт)	ln(Nрасчет)
0	4,986	4,968
1	4,981	4,968
2	4,977	4,969
3	4,971	4,969
4	4,966	4,970
5	4,964	4,970
6	4,961	4,971
7	4,961	4,971
8	4,961	4,972
9	4,961	4,972
10	4,962	4,973
11	4,963	4,974
12	4,965	4,974
13	4,968	4,975
14	4,986	4,975
15	4,987	4,976
16	4,989	4,976
17	4,990	4,977

Выведем для наглядности результаты табл.2 на график (рис.1).

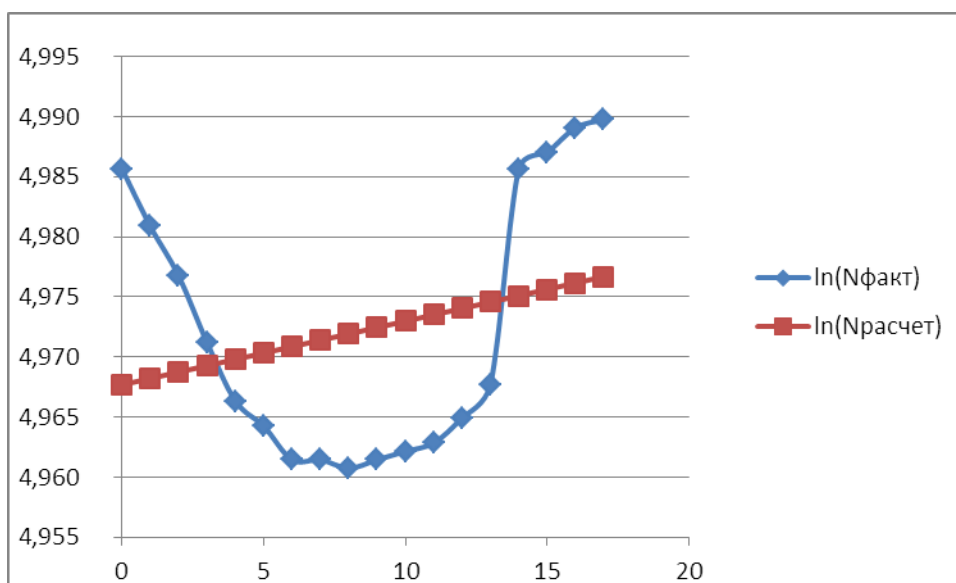


Рисунок 1. Верификация модели (8).

Определенная сходимость есть, но требуются уточнения модели.

Результаты исследования.

1. Рассмотрены существующие математические модели динамики численности популяции.
2. Построена математическая модель динамики численности населения РФ на базе модели Мальтуса.
3. Проведена верификация полученной модели.

Так как результаты верификации нуждаются в уточнении, то возможное направление исследования – применение модели Ферхюльста для построения модели динамики численности населения РФ.

Библиографический список

1. Malthus, T. Population: The First Essay. Ann Arbor, MI: University of Michigan Press. 1978.
2. Verhulst, P.F. Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement, Corr. Math. Et Phys. 10, 113-121, 1838
3. Foerster, H. von, Mora P., and Amiot L. Doomsday: Friday, 13 November, A.D. 2026. At this date human population will approach infinity if it grows as it has grown in the last two millennia // Science. – 1960. – № 132. – С. 1291-1295
4. Капица С.П. Феноменологическая теория роста населения Земли // Успехи физических наук. 1996. Т. 166. № 1.
5. Lotka A. J. Elements of physical biology. Baltimore: Williams and Wilkins Co., 1925.
6. Gompertz B. On the nature of the function expressive of the law of human morality, and on a new mode of determining the value of life contingence // Phil. Trans. Phil. Soc. London. A. 1825. Vol. 115. P. 513 – 585.
7. Хайпер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.: Мир, 1990.-512с.
8. Суринов А.Е. Российский статистический ежегодник 2018: Стат.сб./Росстат. - Р76 М., 2018 - 694 с.