

УДК 519.237.5

# Тиндова М. Г. Изучение социально-экономического положения Саратовской области методами факторного и регрессионного анализа

Study of the socio-economic situation of the Saratov region using factor and regression analysis

**Тиндова М. Г.**

к.э.н., доцент кафедры прикладной математики и системного анализа  
Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

Tindova M.G.

Candidat of Sciences (in Economics), Associate Professor  
Department of Applied Mathematics and System Analysis  
Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

**Аннотация.** В работе проводится анализ динамики социально-экономического положения Саратовской области с помощью аппарата регрессионного и факторного анализа. На первом шаге работы проводится первичный анализ макроэкономических показателей, характеризующих развитие Саратовской области, на основе анализа временных рядов. Далее проводится корреляционный анализ с целью выявления основных зависимостей между переменными, регрессионный анализ, направленный на построение основных тенденций в исследуемых рядах динамики и коинтеграционный анализ, позволивший сделать прогноз развития Саратовской области на три года. На следующем шаге в работе проводится факторный анализ двумя различными методами, показавший аграрную направленность экономики Саратовского региона.

**Ключевые слова:** региональная экономика; регрессионный анализ; факторный анализ

**Abstract.** In this paper, the author analyzes the dynamics of the socio-economic situation of the Saratov region using regression and factor analysis. At the first step of the work, the author conducts a primary analysis of macroeconomic indicators that characterize the development of the Saratov region, based on the analysis of time series. Further, the author conducts a correlation analysis to identify the main dependencies between variables, a regression analysis aimed at building the main trends in the studied series of dynamics, and a co-integration analysis that made it possible to make a forecast of the development of the Saratov region for three years. In the next step, the author conducts a factor analysis using two different methods, which shows the agricultural orientation of the economy of the Saratov region.

**Keywords:** regional economy; regression analysis; factor analysis

---

Рецензент: Землянухин А.И. - д.ф.-м.н., профессор, Зав. кафедрой прикладной математики и системного анализа Саратовского государственного технического университета

Анализ социально-экономического развития территории является одним из основных и традиционных методов региональной экономики. Он основывается на использовании системы статистических показателей, которые характеризуют основные явления и пропорции, существующие в региональной экономической системе, и, поэтому относится к группе статистических методов. Цель этого анализа – выявить диспропорции и неиспользуемые возможности экономического роста для последующего обоснования вариантов стратегии социально-экономического развития региона [1].

Чаще всего методологической основой изучения социально-экономического положения территорий является инструментарий таких методов математического моделирования как факторный и регрессионный анализы. Целью нашей работы является изучение социально-экономического потенциала

Саратовской области на основе изучения динамики макроэкономических показателей ее развития (рис. 1) за период с 2010 по 2019 года [2]. В качестве эндогенной переменной, описывающей социально-экономическое развитие Саратовского региона выберем переменную  $x_4$  – ВРП на душу населения.

**Регрессионный анализ временных рядов.** На рисунке 1 представлен динамический анализ выбранных переменных, который показывает общую тенденцию к увеличению всех показателей, кроме  $x_1$  и  $x_2$ , за рассмотренный промежуток времени.

Первичный анализ временных рядов, основанный на изучении основных статистик [3], показывает, что за исследуемый промежуток времени средняя численность населения в Саратовской области составила 2495,07 тыс.чел и имеется устойчивая тенденция к сокращению (около 15 тыс.чел в год (темп роста) или около 1% в год (темп прироста)).

Аналогично для других переменных. Наибольший средний темп роста характерен для переменной  $x_4$  – ВРП на душу населения – около 22,5 тыс.руб в год (или 19,7% в год (темп прироста)). Также намечен устойчивый рост переменных  $x_5$  – продукция сельского хозяйства – в среднем на 10,5 млрд.руб в год (около 17,8%) и  $x_9$  – инвестиции в основной капитал – на 12,7 млрд.руб в год (или около 17,7%).

Проводя корреляционный анализ [4], была получена достаточно сильная и устойчивая зависимость всех переменных от времени: от  $r_{tx_6} = 0,615$  до  $r_{tx_3} = 0,983$ . Кроме того корреляционный анализ показал отрицательную корреляционную связь переменной  $x_2$  со всеми остальными, кроме  $x_1$ , т.е. увеличение безработицы в регионе приводит к сокращению остальных макроэкономических показателей социально-экономического развития области. Связь между остальными переменными носит положительный характер.

Результаты регрессионного анализа зависимости переменных от времени представлены в таблице 1. Для данных моделей  $t_{кр}(n = 11, \alpha = 5\%) = 1,79$ , другими словами все гипотезы о значимости параметров моделей принимаются по критерию Стьюдента;  $F_{кр}(k_1 = 11, k_2 = 1, \alpha = 5\%) = 4,8$  и коэффициенты детерминации значимы по критерию Фишера [5].

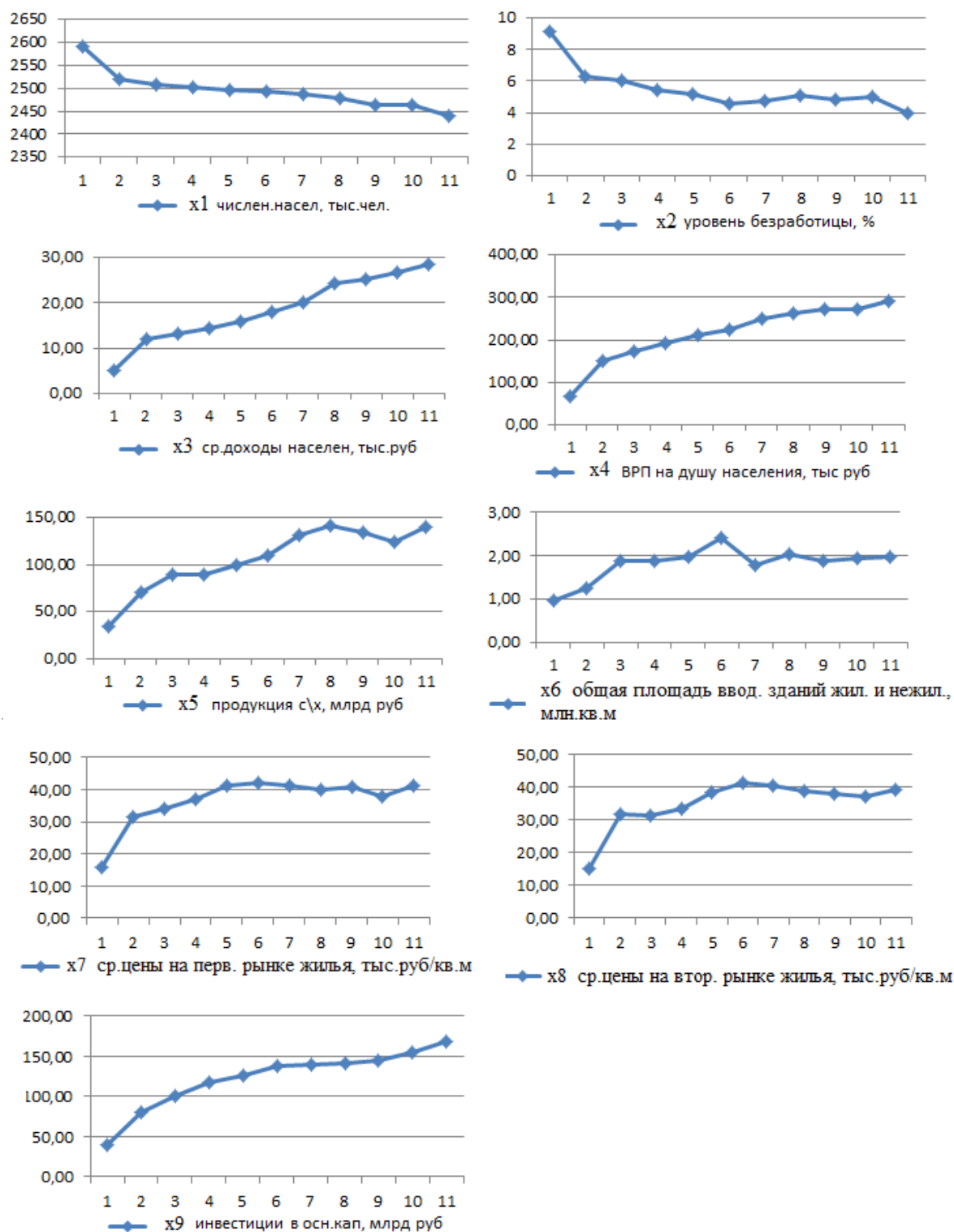


Рисунок 1. Основные тенденции развития показателей социально-экономического положения Саратовской области за 2010 – 2019 гг.

Анализ автокорреляционных функций для выбранных переменных показал наличие только основной тенденции в исследуемых временных рядах и отсутствие каких-либо циклических составляющих.

Другими словами, компонентный состав уровней временных рядов имеет вид:  $x_{it} = T + \varepsilon$ .

Таблица 1

### Модели основных тенденций

| Переменные  | Уравнение   | Коэффициент детерминации | t-статистика                       |
|---|---|--------------------------|------------------------------------|
| X1 – численность населения, тыс.чел                           | $x_1 = 2558,9 - 10,6 \cdot t + \varepsilon$               | 0,811                    | $t_{b_1} = 6,2$                    |
| X2 – уровень безработицы, %                                   | $x_2 = 7,4 - 0,32 \cdot t + \varepsilon$                  | 0,607                    | $t_{b_1} = 3,7$                    |
| X3 – средние доходы населения, тыс.руб                        | $x_3 = 5,6 + 2,15 \cdot t + \varepsilon$                  | 0,967                    | $t_{b_1} = 16,2$                   |
| X4 – ВРП на душу населения, тыс.руб                           | $x_4 = 99,8 + 19,15 \cdot t + \varepsilon$                | 0,892                    | $t_{b_1} = 8,6$                    |
| X5 – продукция с/х, млрд.руб                                  | $x_5 = 20,5 + 23,2 \cdot t - 1,2 \cdot t^2 + \varepsilon$ | 0,939                    | $t_{b_1} = 5,9$<br>$t_{b_2} = 3,7$ |
| X6 – общая площадь вводимых жилых и нежилых зданий, млн. кв.м | $x_6 = 0,7 + 0,38 \cdot t - 0,03 \cdot t^2 + \varepsilon$ | 0,744                    | $t_{b_1} = 4,7$<br>$t_{b_2} = 3,4$ |
| X7 – средние цены на первичном рынке жилья, тыс.руб/кв.м      | $x_7 = 14,1 + 7,6 \cdot t - 0,5 \cdot t^2 + \varepsilon$  | 0,852                    | $t_{b_1} = 5,5$<br>$t_{b_2} = 4,4$ |
| X8 – средние цены на вторичном рынке жилья, тыс.руб/кв.м      | $x_8 = 13,5 + 7,1 \cdot t - 0,45 \cdot t^2 + \varepsilon$ | 0,837                    | $t_{b_1} = 5,4$<br>$t_{b_2} = 4,1$ |
| X9 – инвестиции в основной капитал, млрд.руб                  | $x_9 = 61,2 + 10,28 \cdot t + \varepsilon$                | 0,859                    | $t_{b_1} = 7,4$                    |

**Коинтеграционный анализ временных рядов.** Дальнейший анализ сосредоточим на изучении влияния на ВРП на душу населения всех остальных показателей.

Проверим гипотезу о наличии коинтеграции между рядами на основе критерия Ингла-Грэнджера. С этой целью строим линейную регрессию зависимости  $x_4$  от остальных переменных:  $x_{4t} = -192,6 + 0,06 \cdot x_{1t} + 1,87 \cdot x_{2t} + 3,15 \cdot x_{3t} + 0,48 \cdot x_{5t} - 13,9 \cdot x_{6t} + 2,11 \cdot x_{7t} - 0,26 \cdot x_{8t} + 0,71 \cdot x_{9t}$ , параметры  $b_i$  данного уравнения значимы при  $\alpha=5\%$ ,  $R^2=0,899$  и он значим по критерию Фишера. Определяя остатки по данной регрессии, строим зависимость вида:  $\Delta \varepsilon_t = a + b \cdot \varepsilon_{t-1} = 0,16 - 0,52 \varepsilon_{t-1}$ . Расчетное значение t-статистики для параметра  $b$  равно (3,203); критическое значение критерия Ингла-Грэнджера при  $\alpha=5\%$  равно 1,9439 [4]. Таким образом, гипотеза об отсутствии коинтеграции между рядами отклоняется, т.е. с вероятностью 95% можно говорить о совпадении динамики изучаемых временных рядов.

Парные коэффициенты корреляции между исследуемыми рядами лежат в диапазоне от  $r_{x_3x_6} = 0,637$  до  $r_{x_1x_2} = 0,943$ .

Для моделирования регрессионной зависимости между исследуемыми показателями воспользуемся уравнением регрессии по отклонениям от трендов [6]:

$$\varepsilon_{tx_4} = a + \sum_{i \neq 4} b_i \varepsilon_{tx_i} = 0 + 0,22\varepsilon_{tx_1} - 15\varepsilon_{tx_2} + 5,3\varepsilon_{tx_3} + 0,3\varepsilon_{tx_5} - 18\varepsilon_{tx_6} - 0,1\varepsilon_{tx_7} - 1,2\varepsilon_{tx_8} + 0,73\varepsilon_{tx_9}.$$

Коэффициент детерминации  $R^2=0,992$  и он значим по критерию Фишера. Коэффициент  $b_1$  говорит о том, что случайные отклонения по ряду  $x_4$  – ряду ВРП на душу населения – в 0,22 раз выше случайных колебаний в ряду  $x_1$  – численности населения в Саратовской области; остальные параметры аналогично.

Данное уравнение можно использовать для прогноза переменной  $x_4$  в зависимости от предполагаемого изменения остальных переменных.

Ранее получили уравнения зависимости переменных  $x_i$  от времени  $t$  (таблица 1), тогда уравнение по отклонениям от трендов будет иметь вид:

$$x_{4t} = -402,45 + 29,73 \cdot t - 0,77 \cdot t^2 + 0,22 \cdot x_1 - 15 \cdot x_2 + 5,3 \cdot x_3 + 0,3 \cdot x_5 - 18 \cdot x_6 - 0,1 \cdot x_7 - 1,2 \cdot x_8 + 0,73 \cdot x_9$$

Где параметр  $b_1=29,73$  говорит о том, что воздействие всех факторов, кроме отобранных факторов  $x_i$  ( $i \neq 4$ ) на величину ВРП на душу населения приведёт к его среднегодовому абсолютному росту на 29,73 тыс.рублей.

Параметр  $b_2=-0,77$  показывает скорость данного процесса, т.е. ежегодно данное влияние приводит к снижению увеличения ВРП на душу населения на 770 рублей.

Параметр  $b_3=0,22$  показывает, что если численность населения увеличится на 1 тыс.человек, то ВРП на душу населения увеличится на 220 рублей; параметр  $b_4=-15$  говорит о том, что если уровень безработицы в Саратовской области увеличится на 1%, то ВРП на душу населения сократится на 15 тыс.рублей;  $b_5=5,3$  говорит об увеличении ВРП 5,3 тыс.рублей при росте средних доходов населения на 1 тыс.рублей; параметр  $b_6=0,3$  показывает изменение ВРП при росте объемов продукции сельского хозяйства на 1 млрд.рублей; параметр  $b_7=-18$  говорит о сокращении ВРП на душу населения при увеличении общей площади вводимых зданий на 1 млн.кв.м; параметры  $b_8=-0,1$  и  $b_9=-1,2$  показывают изменение ВРП при росте стоимости жилья на 1 тыс.руб/кв.м на первичном и вторичном рынках соответственно; последний параметр  $b_{10}=0,73$  показывает изменение ВРП на душу населения при увеличении инвестиций в основной капитал на 1 млрд.рублей.

Составим трехгодичный прогноз изменения ВРП на душу населения в Саратовской области на основе построенной модели:

- для 2020 года: в этом случае  $t=12$  и из уравнений, представленных в таблице 1 получаем  $x_{1t}=2431,24$ ,  $x_{2t}=3,52$ ,  $x_{3t}=31,39$ ,  $x_{5t}=131,36$ ,  $x_{6t}=1,58$ ,  $x_{7t}=33,34$ ,  $x_{8t}=32,70$  и  $x_{9t}=184,55$ , тогда из уравнения по отклонениям от трендов получаем  $x_{4t}=594,8$ , т.е. если численность населения в Саратовской области в 2020 году составит 2431,24 тыс.человек, уровень безработицы 3,52%, средние доходы

населения составят 31,39 тыс.рублей, объем продукции сельского хозяйства 131,36 млрд.рублей, общая площадь вводимых зданий 1,58 млн.кв.м, средняя стоимость жилья на первичном и вторичном рынках 33,34 тыс.руб/кв.м и 32,7 тыс.руб/кв.м соответственно, а объем инвестиций в основной капитал 184,55 млрд.рублей, то ВРП на душу населения в 2020 году будет 594,8 тыс.рублей;

- для 2021 года:  $t=13$ ,  $x_{1t}=2420,61$ ,  $x_{2t}=3,19$ ,  $x_{3t}=33,54$ ,  $x_{5t}=125,51$ ,  $x_{6t}=1,32$ ,  $x_{7t}=28,45$ ,  $x_{8t}=28,33$ ,  $x_{9t}=194,82$ , а  $x_{4t}=635,48$ ;

- для 2022 года:  $t=14$ ,  $x_{1t}=2409,97$ ,  $x_{2t}=2,87$ ,  $x_{3t}=35,69$ ,  $x_{5t}=117,33$ ,  $x_{6t}=1,01$ ,  $x_{7t}=22,55$ ,  $x_{8t}=23,05$ ,  $x_{9t}=205,11$ , а  $x_{4t}=675,97$ .

Ошибка аппроксимации полученной модели (по отношению к исходным данным) составляет  $A=16,9\%$ , (по отношению к модели, представленной в таблице 1)  $A=13,7\%$ .

**Факторный анализ социально-экономического положения.** Под факторным анализом понимается методика комплексного и системного изучения и измерения воздействия факторов на величину результативных показателей [7]. Важным методологическим вопросом в факторном анализе является определение формы зависимости между факторами и результативными показателями, а также моделирование этих зависимостей.

## Анализ изменения факторов

| параметр |   | прошлый период<br>(2018) | исследуем. период<br>(2019) | изменение показателя |                    |
|----------|---|--------------------------|-----------------------------|----------------------|--------------------|
|          |   |                          |                             | в абсол. знач.       | в относит. знач, % |
| X1       | численность населения, млн.человек                      | 0,246                    | 0,244                       | -0,002               | -0,9               |
| X2       | уровень безработицы, %                                  | 5                        | 4                           | -1                   | -20                |
| X3       | средние доходы населения, тыс.рублей                    | 26,82                    | 28,51                       | 1,68                 | 6,3                |
| X4       | ВРП на душу населения, тыс руб                          | 271,7                    | 291,9                       | 20,2                 | 7,5                |
| X5       | продукция сельского хозяйства, млрд.рублей              | 124,7                    | 140                         | 15,3                 | 12,3               |
| X6       | общая площадь вводимых жилых и нежилых зданий, млн.кв.м | 1,94                     | 1,98                        | 0,04                 | 2,06               |
| X7       | средние цены на первичном рынке жилья, тыс.руб /кв.м    | 37,9                     | 41,2                        | 3,3                  | 8,7                |
| X8       | средние цены на вторичном рынке жилья, тыс.руб /кв.м    | 37,1                     | 39,4                        | 2,3                  | 6,2                |
| X9       | объем инвестиций в основной капитал, млрд.рублей        | 155,3                    | 167,9                       | 12,6                 | 8,14               |

В зависимости от типа факторной модели различают два основных вида факторного анализа – детерминированный и стохастический. Детерминированный факторный анализ представляет собой методику исследования влияния факторов, связь которых с результативным показателем носит функциональный характер. Проведем детерминированный факторный анализ социально-экономического положения Саратовской области способом абсолютных разниц [8].

Аналогично предыдущему случаю, в качестве результативного признака факторного анализа выберем показатель  $x_4$  – ВРП на душу населения, остальные переменные рассмотрим в качестве факторов его определяющих.

На первом шаге проведем анализ изменения социально-экономического положения Саратовской области за период 2018 – 2019, результаты которого представлены в таблицах 2 и 3.

Из таблицы 2 видно, что общее изменение всех факторов кроме  $x_4$  за отчетный период составило 22,78%; изменение же переменной  $x_4$  – ВРП на душу населения – составило только 7,5%, что говорит о наличии других факторов, влияющих на данный показатель и не учтенных в нашем исследовании.

Факторную модель изменения показателя ВРП под влиянием факторов  $x_1$  –  $x_9$ , рассмотрим в виде:  $ВРП = \prod_{i \neq 4} x_i$ .

### Факторный анализ изменения ВРП

| № подстановки | факторы, влияющие на показатель |    |      |      |      |      |      |      | произведение факторов | величина влияния фактора |
|---------------|---------------------------------|----|------|------|------|------|------|------|-----------------------|--------------------------|
|               | X1                              | X2 | X3   | X5   | X6   | X7   | X8   | X9   |                       |                          |
| 0             | 0,246                           | 5  | 26,8 | 0,12 | 1,94 | 37,9 | 37,1 | 0,16 | 17447,7               |                          |
| 1             | 0,244                           | 5  | 26,8 | 0,12 | 1,94 | 37,9 | 37,1 | 0,16 | 17290,9               | -156,8                   |
| 2             | 0,244                           | 4  | 26,8 | 0,12 | 1,94 | 37,9 | 37,1 | 0,16 | 13832,7               | -3458,2                  |
| 3             | 0,244                           | 4  | 28,5 | 0,12 | 1,94 | 37,9 | 37,1 | 0,16 | 14700,2               | 867,5                    |
| 4             | 0,244                           | 4  | 28,5 | 0,14 | 1,94 | 37,9 | 37,1 | 0,16 | 16504,6               | 1804,3                   |
| 5             | 0,244                           | 4  | 28,5 | 0,14 | 1,98 | 37,9 | 37,1 | 0,16 | 16844,8               | 340,3                    |
| 6             | 0,244                           | 4  | 28,5 | 0,14 | 1,98 | 41,2 | 37,1 | 0,16 | 18311,5               | 1466,7                   |
| 7             | 0,244                           | 4  | 28,5 | 0,14 | 1,98 | 41,2 | 39,4 | 0,16 | 19446,7               | 1135,2                   |
| 8             | 0,244                           | 4  | 28,5 | 0,14 | 1,98 | 41,2 | 39,4 | 0,17 | 21030,1               | 1583,3                   |
| <b>всего</b>  |                                 |    |      |      |      |      |      |      |                       | <b>3582,33</b>           |

Следует обратить внимание на то, что в факторной модели, используемой в методе цепных подстановок в первую очередь указываются количественные факторы, а во вторую – качественные.

Расчет влияния факторов представлен в таблице 3.

Таким образом, из таблицы 3 видно, что общее изменение всех факторов в 2018-19 годах привело к повышению ВРП на душу населения на 3582,33 руб. Фактическое изменение ВРП на душу населения составило 20244,6 руб., другими словами, рассмотренные факторы только на 17,7% объясняют колебания ВРП.

Рассчитаем влияние факторов на изменение ВРП на душу населения в 2019 году методом относительных разниц [9]:

1) за счет изменения численности населения:  $0,246 \cdot \frac{0,244 - 0,246}{0,246} = -0,02$

2) за счет изменения уровня безработицы:  $(0,246 - 0,02) \cdot \frac{4-5}{5} = -0,4882$

3) за счет изменения средних доходов населения:

$$(0,246 - 0,02 - 0,4882) \cdot \frac{28,5 - 26,8}{26,8} = 0,122$$

4) за счет изменения продукции сельского хозяйства:

$$(0,246 - 0,02 - 0,4882 + 0,122) \cdot \frac{0,14 - 0,12}{0,12} = 0,255$$

5) за счет изменения общей площади вводимых жилых и нежилых зданий:



$$(0,246 - 0,02 - 0,4882 + 0,122 + 0,255) \cdot \frac{1,98 - 1,94}{1,94} = 0,048$$

б) за счет изменения средней цены на первичном рынке жилья:

$$(0,246 - 0,02 - 0,4882 + 0,122 + 0,255 + 0,048) \cdot \frac{41,2 - 37,9}{37,9} = 0,207$$

7) за счет изменения средней цены на вторичном рынке жилья:

$$(0,246 - 0,02 - 0,4882 + 0,122 + 0,255 + 0,048 + 0,207) \cdot \frac{39,4 - 37,1}{37,1} = 0,16$$

8) за счет изменения инвестирования в основной капитал:

$$(0,246 - 0,02 - 0,4882 + 0,122 + 0,255 + 0,048 + 0,207 + 0,16) \cdot \frac{0,17 - 0,16}{0,16} = 0,223$$

Такой подход позволяет увидеть влияние каждого фактора в отдельности на изменение ВРП на душу населения.

Применение всех выше перечисленных методов факторного анализа изменения социально-экономического положения Саратовской области показало, что сокращение численности населения и уровня безработицы привело к снижению показателя ВРП на душу населения; изменение других факторов, имеющих положительную направленность, привело к увеличению ВРП. Кроме того, наибольшую долю в ВРП области имеет такой фактор как продукция сельского хозяйства, что говорит об аграрной направленности развития Саратовской области.

#### Библиографический список

1. *Сироткин С.А., Кельчевская Н.Р.* Стратегическое планирование / Екатеринбург УрФУ. 2011.
2. Регионы России. Социально-экономические показатели // Стат. сб. / Госкомстат России [Электронный ресурс]. URL: [http://www.gks.ru/free\\_doc/new\\_site/region\\_stat/sep\\_region.html](http://www.gks.ru/free_doc/new_site/region_stat/sep_region.html) (дата обращения: 20.04.2020).
3. *Тиндова М.Г.* Инструментальные методы сравнительного подхода / М.Г. Тиндова; под ред. В.В. Носова; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное гос. Бюджетное образовательное учреждение высш. проф. образования «Саратовский гос. социально-экономический ун-т». Саратов. 2012.
4. *Сажин Ю.В.* Анализ временных рядов и прогнозирование: учебник / Саранск: Изд-во Мордов. ун-та. 2013. 192 с.
5. *Тиндова М.Г.* Нечеткая модель оценки земельных участков // Журнал экономической теории. 2010. №4. С. 170-179.
6. *Тиндова М.Г., Максимов А.А.* Эконометрический анализ ценообразования жилой недвижимости // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. № 2(18). 2016. С. 71-78.

7. *Тиндова М.Г.* Анализ сезонности в модели прогноза платных услуг населению в РФ // Вестник торгово-технологического института. вып. 10. 2016. С. 115-121.

8. *Тиндова М.Г.* О возможности использования ГИС-технологий в решении задач оценки недвижимости // Экономический анализ: теория и практика. № 4(37). 2005. С. 60-64.

9. *Ким Дж.-О.* Факторный, дискриминантный и кластерный анализ [Электронный ресурс]. URL: <https://obuchalka.org/20190819112785/faktornii-diskriminantnii-i-klasteranii-analiz-kim-dj-o-muller-ch-u-klekka-u-r-enukov-i-s-1989.html> (дата обращения: 20.04.2020)