

УДК 330.42

Перфильев М.С. Моделирование временных границ экономических циклов
при помощи полиномов с рациональными коэффициентами

Modelling the time limits of economic cycles using polynomials with rational coefficients

Перфильев Михаил Сергеевич,

Доктор Международной Академии Естествознания,
Россия,
Иркутск
Michael Perfileev,
Doctor of International Academy of Natural History,
Russia, Irkutsk

***Аннотация.** Данная работа относится к области математической экономики и посвящена исследованию продолжительности экономических циклов. На основе циклов Китчина, Жюгляра, Кузнеца и Кондратьева записаны уравнения кубических кривых с рациональными коэффициентами, моделирующие нижние и верхние временные границы экономических циклов. Также при помощи этих кривых уточнены границы сверхдлинных столетних экономических циклов и записана функция, моделирующая длительность пяти экономических циклов.*

***Ключевые слова:** экономические циклы, макроэкономические показатели, валовый внутренний продукт, случайные процессы, полиномы, кубическая кривая, ряд Маклорена.*

***Abstract.** This work belongs to the field of mathematical economics and is devoted to the study of economic cycles duration. They can be found in the works by Kitchin, Juglar, Kuznets and Kondratiev. Some new equations of cubic curves with rational coefficients were written in this paper using these cycles. These cubic curves model the lower and upper time limits of economic cycles. Also, these cubic curves refine the edges of extra-long hundred-year economic cycles. Here we have written the function that models their own duration for each of the five economic cycles.*

***Keywords:** economic cycles, macroeconomic indicators, gross domestic product, stochastic processes, polynomials, cubic function, Maclaurin series.*

Введение

Экономические циклы представляют собой периодические колебания экономической активности различной длительности и амплитуды. В первую очередь речь идёт о колебаниях внутреннего валового продукта [1] и занятости, также колебаниям подвержены инвестиции, потребление, темпы инфляции, процентные ставки и другие макроэкономические показатели.

В период рецессии снижаются объём производства и спрос, растёт уровень безработицы, поэтому одной из задач государства (правительства и банков развития) является минимизация негативных последствий флуктуаций экономической активности [2].

Принято считать, что цикл состоит из четырех фаз: подъема (оживления), пика(бума), спада (рецессии) и дна (стагнации) [3]. Хотя экономические циклы являются неотъемлемой частью рыночной экономики и серьезно изучались множеством ученых-экономистов, единого взгляда на их природу не сформировано. В целом существуют три глобальных подхода к изучению природы циклов: детерминистский (согласно которому циклы подчиняются строгим

закономерностям), стохастический (согласно которому на динамику циклов оказывают влияние случайные внешние воздействия, называемые шоками) и синтетический подход (сочетающий детерминистскую и стохастическую концепции). Можно выделить краткосрочные циклы Китчина с периодом 3-4 года; среднесрочные циклы Жюгляра продолжительностью 7-11 лет; более длинные циклы Кузнеца с периодом 15-25 лет; длинные циклы Кондратьева продолжительностью 45-60 лет. Также существуют сверхдлинные столетние циклы, связанные с внедрением в производство научных открытий и изобретений [4].

Математическое моделирование временных границ экономических циклов

Для математического моделирования временных границ экономических циклов применим полиномы с рациональными коэффициентами [5], то есть выражения вида

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m, \quad (1)$$

где a_i - фиксированные рациональные коэффициенты, m - натуральное число.

В данном случае целесообразно применить кубическую кривую [6]:

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3. \quad (2)$$

Рассмотрим полином

$$p_1(n) = 3n^3 - 7n^2 + 8n + 3. \quad (3)$$

Заметим, что $p_1(0) = 3; p_1(1) = 7; p_1(2) = 15; p_1(3) = 45$, что соответствует нижним границам четырех общеизвестных экономических циклов.

Также рассмотрим полином

$$p_2(n) = \frac{7}{3}n^3 - \frac{7}{2}n^2 + \frac{49}{6}n + 4. \quad (4)$$

Значения $p_2(0) = 4; p_2(1) = 11; p_2(2) = 25; p_2(3) = 60$ соответствуют верхним границам экономических циклов.

Среднее арифметическое этих полиномов

$$\langle p(n) \rangle = \frac{8}{3}n^3 - \frac{21}{4}n^2 + \frac{97}{12}n + \frac{7}{2}. \quad (5)$$

При $n=0;1;2;3$ получим значения 3,5; 9; 20; 52,5 соответственно, что соответствует средним значениям продолжительности четырех экономических циклов.

Используя формулы (3) и (4), попытаемся уточнить границы сверхдлинных столетних экономических циклов:

$$p_1(4) = 115; p_2(4) = 130.$$

Таким образом, продолжительность сверхдлинных экономических циклов можно оценить как 115-130 лет, тогда средняя продолжительность такого цикла составит 122,5 лет.

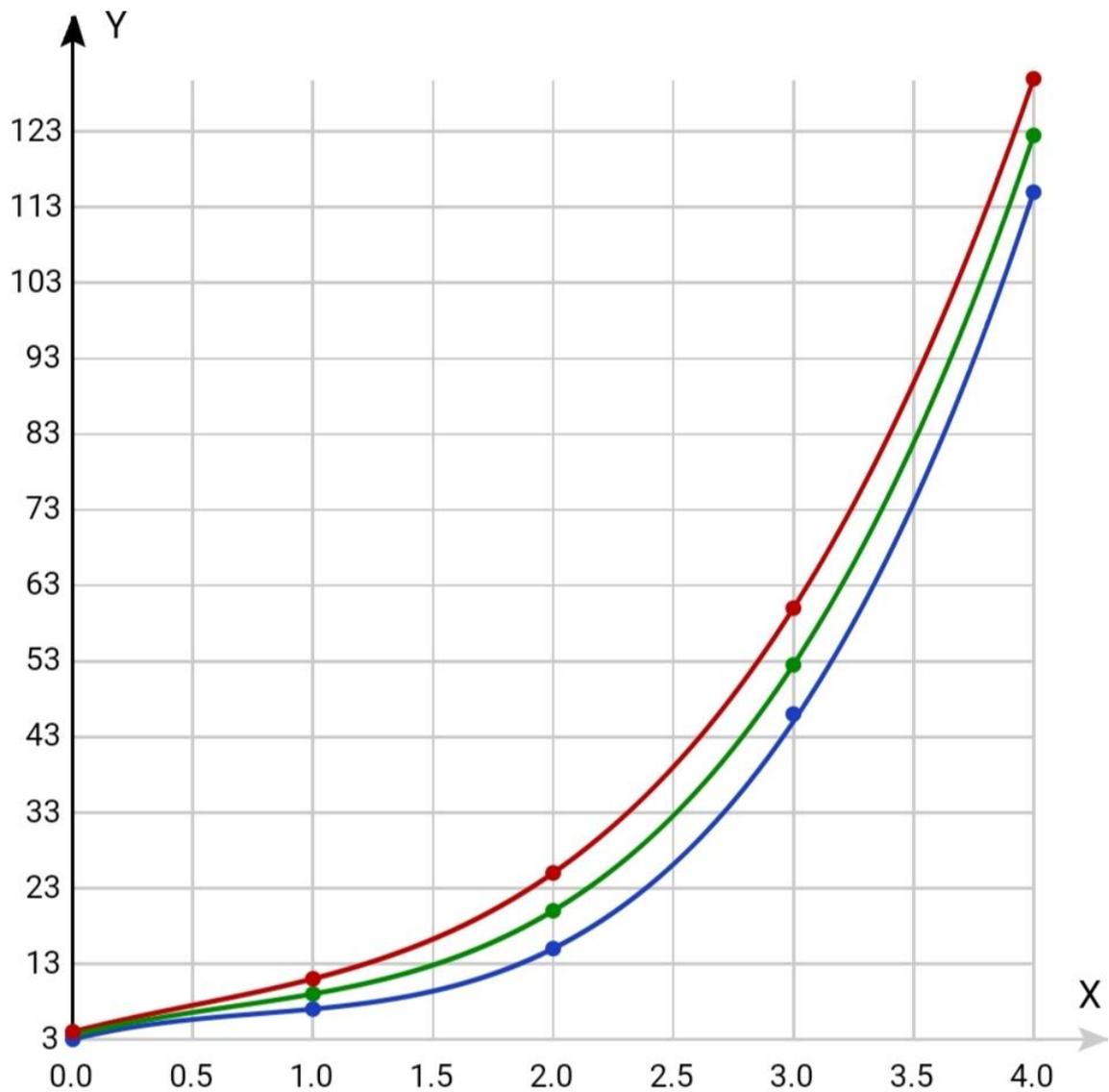


Рис 1.

На рис 1. синим цветом изображен полином $p_1(n)$, красным цветом полином $p_2(n)$, зелёным цветом полином $\langle p(n) \rangle$.

На самом деле продолжительность каждого вида циклов варьируется, поэтому необходимо учитывать случайные воздействия и применять математическую теорию случайных процессов [7]. В данной работе ограничимся введением в формулу (5) слагаемого $\sqrt{5}n \cdot \sin(w \cdot n)$:

$$p(n) = \frac{8}{3}n^3 - \frac{21}{4}n^2 + \frac{97}{12}n + \sqrt{5}n \cdot \sin(w \cdot n) + \frac{7}{2},$$

(6)

где w – случайное вещественное число.

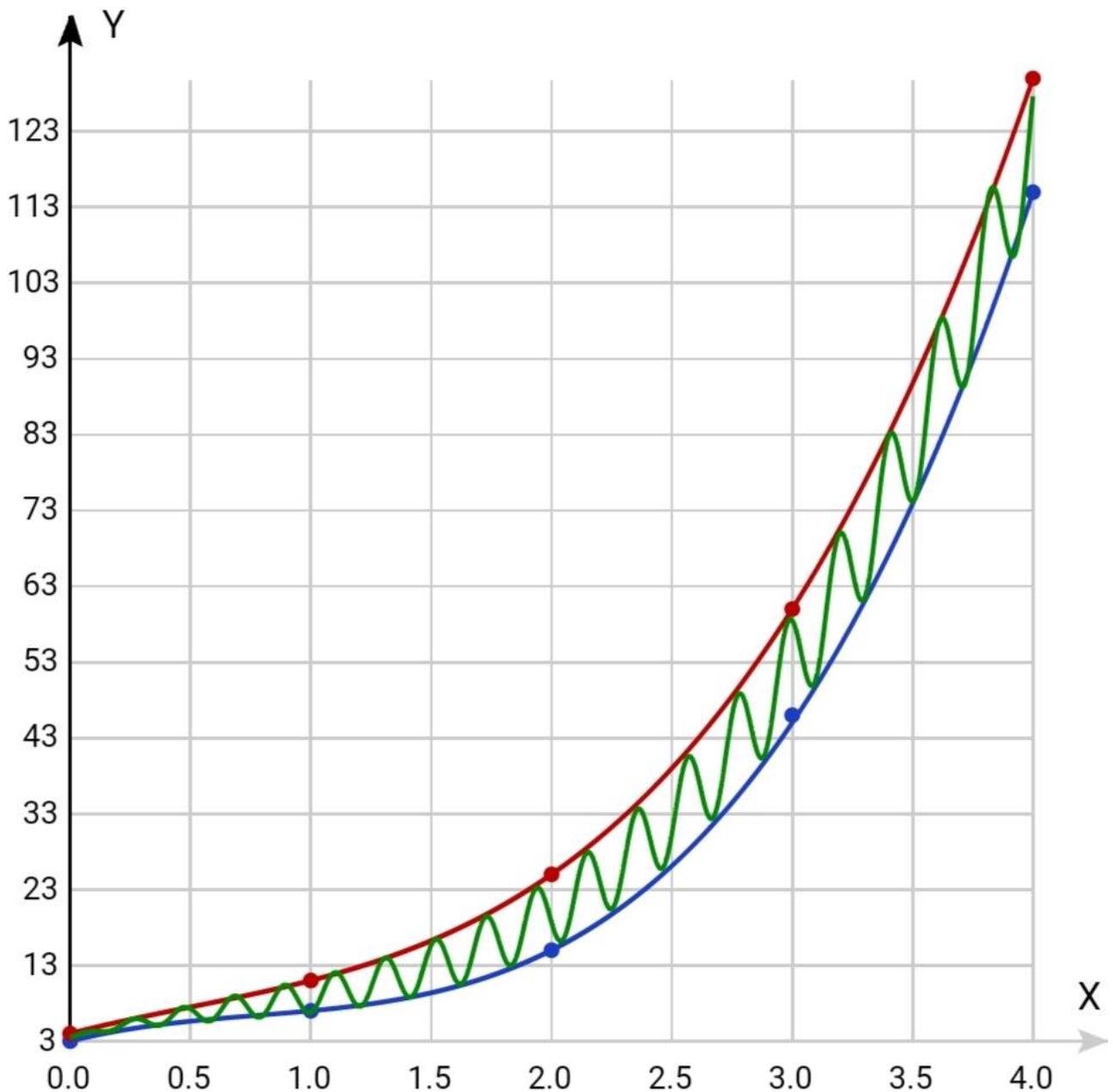


Рис.2.

На рис. 2. синим и красным цветами изображены полиномы $p_1(n)$ и $p_2(n)$ соответственно, а зелёным цветом функция $p(n)$, моделирующая вариацию длительности экономических циклов.

Рассмотрим разложение функции синус в ряд Маклорена [8]:

$$\sin(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m x^{2m+1}}{(2m+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \quad (7)$$

При малых колебаниях ($w < 1$) можно ограничиться тремя первыми членами этого разложения, т.е.

$$\sin(w \cdot n) \approx w \cdot n - \frac{w^3 n^3}{6} + \frac{w^5 n^5}{120}. \quad (8)$$

Также приблизим иррациональное число $\sqrt{5}$ рациональной дробью $\frac{9}{4}$, тогда выражение (6) запишется в форме

$$p(n) = \frac{3n^6 w^5}{160} - \frac{3n^4 w^3}{8} + \frac{8n^3}{3} + \frac{n^2(9w-21)}{4} + \frac{97n}{12} + \frac{7}{2} . \quad (9)$$

В данной работе не учтено годовое нециклическое колебание [9], связанное с сезонными изменениями климатических и социальных условий (производство сельскохозяйственной продукции, туристический бизнес, периоды учебы и летних каникул школьников, студентов). Также в ходе расчетов не рассматривались чрезвычайно длинные экономические циклы (двухсотлетние циклы Форрестера [10], трехсотлетние циклы Джоэля, четырехсотлетние циклы Снукса [11]), так как их временные границы являются условными.

Заключение

Таким образом, в данной работе при помощи полиномов с рациональными коэффициентами проведено математическое моделирование временных границ пяти экономических циклов. Показано, что последовательность средних значений экономических циклов подчиняется определенной закономерности. Также в работе представлена функция, моделирующая длительность экономических циклов с учетом случайных воздействий.

Библиографический список

1. Кунцман М.В. Макроэкономика: курс лекций. Москва, МАДИ, 2015, стр. 21-23.
2. Саталкина Н.И., Терехова Г.И., Терехова Ю.О. Макроэкономика для бакалавров : учебное пособие. Тамбов, Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2014, стр. 37-43.
3. Виноградова А.В. Макроэкономика. Учебно-методическое пособие. Нижний Новгород, Нижегородский госуниверситет, 2012, стр. 36-38.
4. Шулимова А.А. Макроэкономика : учеб. пособие. Краснодар, КубГАУ, 2018, стр. 69-78.
5. [https://www.wolframalpha.com/input?i=polynomial&assumption="ClashPrefs"+->+%7B"MathWorld"%2C+"Polynomial"%7D](https://www.wolframalpha.com/input?i=polynomial&assumption=\)
6. <https://mathworld.wolfram.com/CubicPolynomial.html>
7. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. Москва, АЙРИС-пресс, 2020, стр. 176-210.
8. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. Москва, АЙРИС-пресс, 2020, стр. 217.
9. Хоменко Е.Б. Экономические циклы: содержание основных понятий и влияние на промышленное развитие экономики регионов и отраслей России. Вестник Удмуртского Университета, Экономика и право, 2023, Т. 33, вып. 1, стр. 97-103.
10. Подкорытов В.Н. Экономические циклы: теоретические выводы или практические результаты ? Известия Уральского государственного горного университета, №4 (36), 2014, стр. 63-66.
11. <https://core.ac.uk/download/pdf/214859252.pdf>

